



TITLE:

## 二つの渦輪の干渉 (連続体力学における非線型方程式の近似解法)

AUTHOR(S):

大島, 裕子; 阿阪, 三郎

---

CITATION:

大島, 裕子 ...[et al]. 二つの渦輪の干渉 (連続体力学における非線型方程式の近似解法). 数理解析研究所講究録 1974, 218: 54-63

ISSUE DATE:

1974-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/105295>

RIGHT:

## 二つの渦輪の干渉

お茶の水大理 大島 裕子  
阿 阪 三 郎

§ はじめに.

広い空間の中で静止している流体中では、一つの渦輪はそれ自身の誘導速度により渦輪の面に垂直に運動することはよく知られている。流体に粘性がないものとするれば、渦輪のまわりの循環 および渦輪の大きさ、従つてその進行速度が一定に保たれることもよく知られている。実際の流体については粘性があるので、渦度は不変のものではなく、まわりの流体に拡散し、減衰することは近年 Saffman<sup>1)</sup>, Tung & Ting<sup>2)</sup>, Kambe<sup>3)</sup> によつて理論的に解析された。また渦輪の発生と成長については Kambe<sup>3)</sup> によつて数値 Simulation がなされ、また Krustche<sup>4)</sup>, Kambe & Takao<sup>5)</sup>, Maxworthy<sup>6)</sup>, Oshima<sup>7)</sup> によつて実験的研究がなされた。これらはいずれも一つの渦輪について、渦輪平面に垂直に運動するばかりについて述べられたものである。実際には自然界におけ

る渦は物体背後の伴流をはじめ、翼のうしろの流れなど、渦の集団としてあらわれ、互いに干渉しあうことが多い。渦の干渉の一つの例として、境界面の近くで渦輪がその鏡像効果によつてどのようなふるまいをするか、すなわち一直線上を互いに反対方向から渦輪が接近してぶつかりあうばあいの運動について実験的に明らかにされた。(Oshima<sup>8)</sup>) ここでは干渉の他の例として、二つの渦輪が同一平面上に接近して並び、この平面に垂直に進行するときの干渉の様子を実験的にしらべた。このとき二つの渦輪を二つの異なつた色素で区別しておくと、干渉した後の渦輪の成分が区別出来、その後形を観察するの都合がよい。

その結果 あるばあいには二つの渦輪が一旦一つの渦輪に結合し、その後また二つの渦輪に分離する。しかもこのあとで出来た渦輪はいずれも結合前の両方の渦輪の成分のほぼ半分ずつを併せてもち、結合前に二つの渦輪が並んでゐた方向と直角の方向に分離して進むことが認められた。一般には二つの渦輪が接触する時の条件（渦輪の相対的な位置、それぞれの速度、放出の強さなど）<sup>（際のインパルス）</sup>の僅かな違いによつて、二つの渦輪が一つの渦輪になつてまた分離しないばあい、二つの渦輪に分離してあとに中心部分が渦輪とならずに残るばあい、二つの渦輪が複雑に融合し、渦塊となり変形し崩れるばあい

など種々な様相を呈する。

### § 装置と実験方法

水槽は  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 60\text{ cm}$  のアクリル板製で約  $50\text{ cm}$  の深さに水を入れて実験した。一平面に互いに二つの渦輪を同時に放出するために次の方法を用いた。水槽の中に直径  $8\text{ cm}$  で内部に仕切り板のある円筒形の容器を置き、これに直径  $16\text{ mm}$ 、中心間隔  $32\text{ mm}$  の二つの円形の穴をあけた。実験を始める直前に、容器内で仕切り板の一方にはメチルオレンジで橙色に、他方にはクリスタルバイオレットで紫色に着色した液を細いビニールパイプを通じて注入し、それぞれの色の液が別の穴から出るようにしておく。容器の底部には

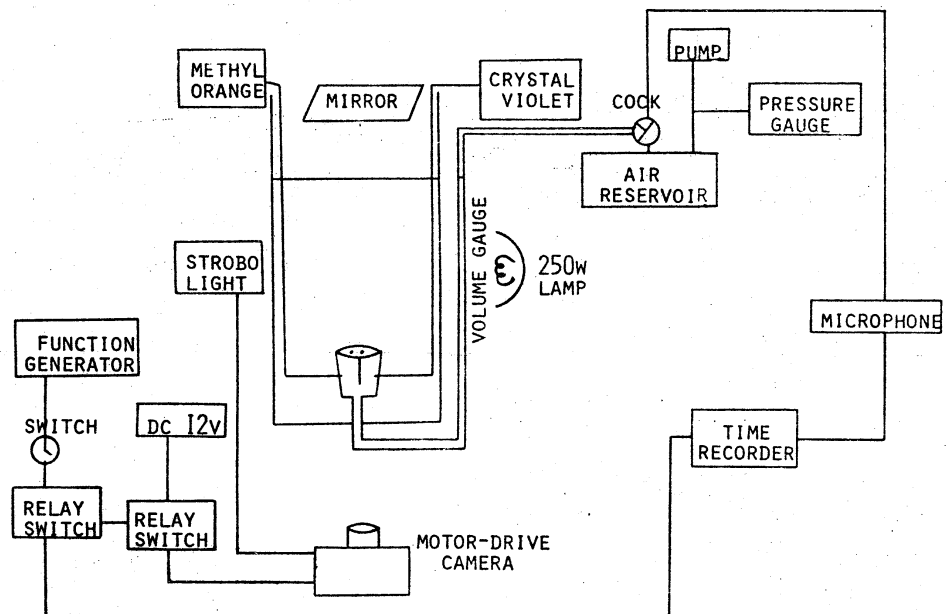


図 1

仕切り板はなく、両液は接している。これに空気がうっつくと通して数 $\text{mmHg}$ の圧力を短時間加えると、ニフの穴から果つと色の渦輪が同時に放出される。なお、メチルオレンジは水溶液の比重が水よりわずかに重く、またクリスタルバイオレットはわずかに軽いので、エチルアルコールおよび食塩水をそれぞれにわずかに加えることによって、水と同じ比重になるようにした。

ニフの渦の結合と分離等の現象は、渦の進行方向から観測する必要があるので、水槽の上方に水平面に対し約 $45^\circ$ 傾けて置いて鏡によって反射して渦輪の像を水平方向から望遠レンズを具へたカメラで撮影した。カメラはモータードライブ方式で所定の時刻及び時間間隔のところでシャッターが開き、これと連動してストロボライトが発光する。そしてリレー装置によって、渦輪の放出、撮影時刻が自動記録装置に記録されるようになっていた。又渦輪の干渉の経過を連続的に観測するため $16\text{mm}$ シネマによるムービーフィルムに撮った。このためにはストロボは使用せず蛍光灯を用いた。(才1回)

### § ニフの渦輪の干渉

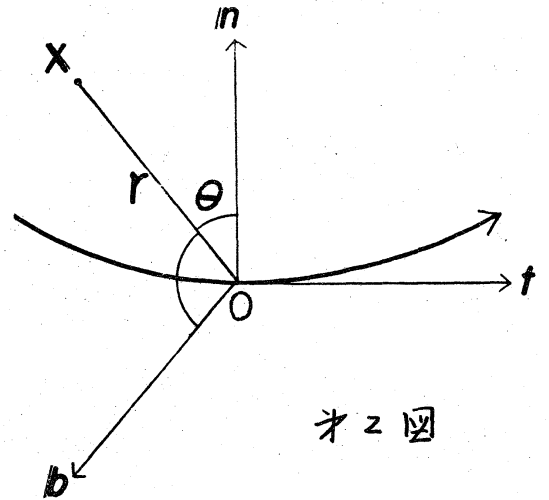
無限遠で静止している流体の中に存在する循環 $\Gamma$ の渦糸の

上の一点  $O$  から  $r$  の距離にある点  $X$  での、この渦糸による誘導速度は  $r \rightarrow 0$  のばあい漸近的に

$$u(X) = \frac{P}{4\pi r} (b \cos \theta - r \sin \theta) + b \frac{P}{4\pi R} \log\left(\frac{R}{r}\right) + o\left(\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

であらわされる。<sup>5)</sup> (オ2図)

ここで  $R$  は  $O$  点における渦糸の曲率半径であり、 $r$  および  $b$  はそれぞれ  $O$  点における渦糸の主法線および陪法線方向の単位ベクトル、 $\theta$  は  $X$  と  $r$  との間の角



オ2図

である。オ1項は渦糸のまわりの回転速度をあらわし、オ2項は渦糸平面に垂直な方向の渦糸の誘導速度をあらわす。二つの渦輪が接近するときは、一つの渦輪の上の点は他の渦輪による誘導速度のため局所的に異った誘導速度を受け、その形と進行方向とが変化する。この結果二つの渦輪の間で次に述べるような複雑な干渉現象が現われる。

実際の干渉現象は二つの渦輪が接触するとき条件のめづきの違いによって複雑多様に変化するが、次に述べるような三つの型に大別される。

(I) 二つの渦輪が一つの渦輪に結合した後、再び二つの渦輪に分離するばあい。(オ3図)

- ①二つの渦輪が平行して進行する。
- ②二つの渦輪が隣り合つた部分は互いに他の渦輪の影響を強く受けて進行速度が小さくなるので、二つの渦輪の面が傾き、互いに接近を始める。
- ③ついに二つの渦輪が1点Aにおいて接触し、ここで逆向きの速度が相殺し、二つの渦輪のつながりかえがおこる。
- ④Aの部分がつなぎかえられた状態で分離しはじめ、一つの変形した渦輪となる。この間にAより最も遠い部分Bは前と同様の運動を続け、互いに近づく。

⑤二つの渦輪がBにおいて接触し③と同様につながりかえと分離がおこり、再び二つの渦輪となる。この二つの渦輪はいずれも結合前の両方の渦輪の成分のほぼ半分ずつを合めせたものである。

⑥新しく出来た二つの渦輪は、結合前に

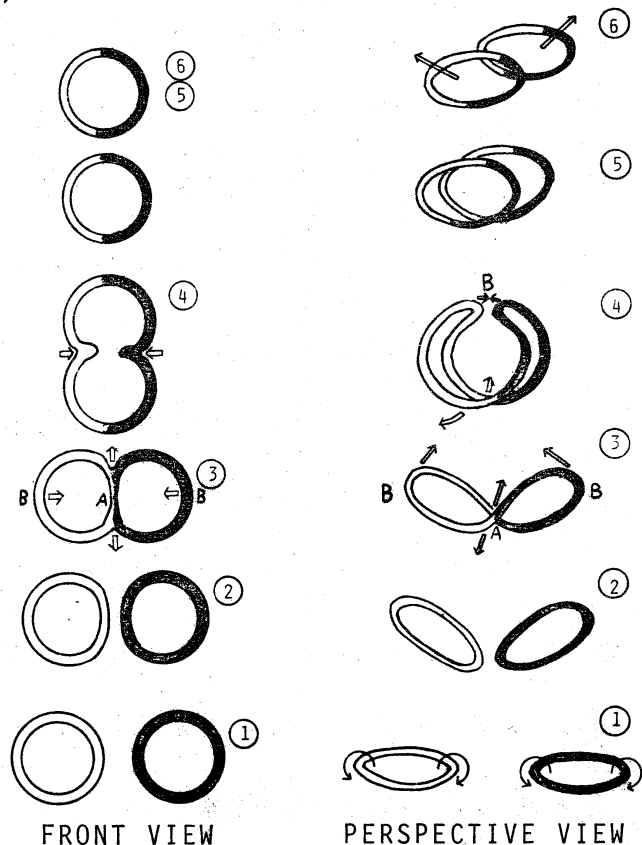


図 3

ニつの渦輪が互いでの方向と直角の方向に分離して進んでゆく。

(II) ニつの渦輪が一つの渦輪に結合後、ニつの渦輪に分離するが、渦放電のインパルスが強いため中心部で混合がおこるばあい。

①～④の状態は(I)と全く同様に行なわれる。

⑤(I)と同様なつなぎかえがBを中心としてある距離にわたって行なわれるため、その範囲での渦度が互いに相殺しあう。そして一度新しく結ばれた渦糸のところで(I)のばあいより小さな渦輪をニつつくり同様の運動をする。しかし渦度が相殺しあった部分では着色液は混合しあい、徐々に拡散する。このためインパルスの大小によって混合のばがいときもおこり、そのばあいには混合の影響をうけてニつの渦も安定な状態を長く保つことはすくない。

(III) ニつの渦輪が一つの渦輪に結合した後、再び分離することなく、変形しながら運動するばあい(才4図)

①～③の状態は(I)と全く同様に行なわれる。

④つなぎかえのおこった部分Aが分離を始める。はじめの渦輪のもつインパルスが(I)のばあいより小さいので、Aに最も遠い部分Bは接触するに至らず、その急曲した曲率のために急速に遠のきはじめる。このばあいほとんど接触



1. 互かみみても (着色液は接触している) 渦輪を構成している渦糸中心まで重なりあつて、渦度がかかひに相殺しあわないと、ニつの渦輪にはならない。

⑤ もとのニつの渦輪は一つの長円形の渦輪となる。

⑥ その後は長円形の長い径が縮まり、短かい径が伸びる。

それとともに、渦輪の面が進行方向に対して凸から凹に弯曲する。長径と短径とが交換されると逆方向に変化しはじめ、以後この変化をくり返しながらかつて進行し、次第に崩れてゆく。この様子はレンズ形の穴から放出された長円形の渦輪の変形する様子と同様である。<sup>7)</sup>

以上の三つの型の干涉の模様は、渦輪の大きさが定まつてゐるとき、放出にまつて渦輪に与えられるインパルス的大小と関係があるものと考えられる。実際渦輪を放出するための加圧の時間と放出

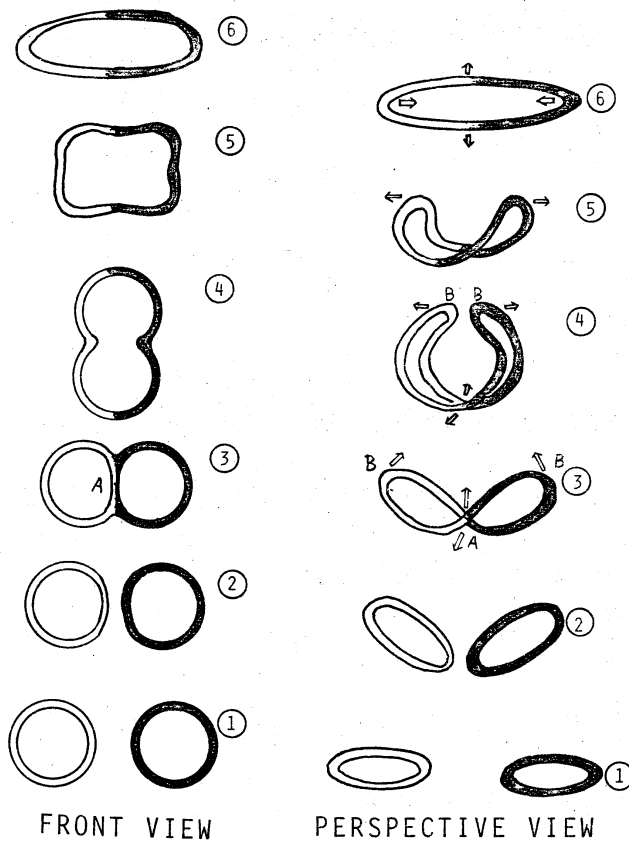


図 4

それの流量を示すダイヤグラム

に三種の干渉の様子を記入するとオ5図のようになる。この

図が示すように二つの渦輪が、

成分をかえて二つの渦輪として

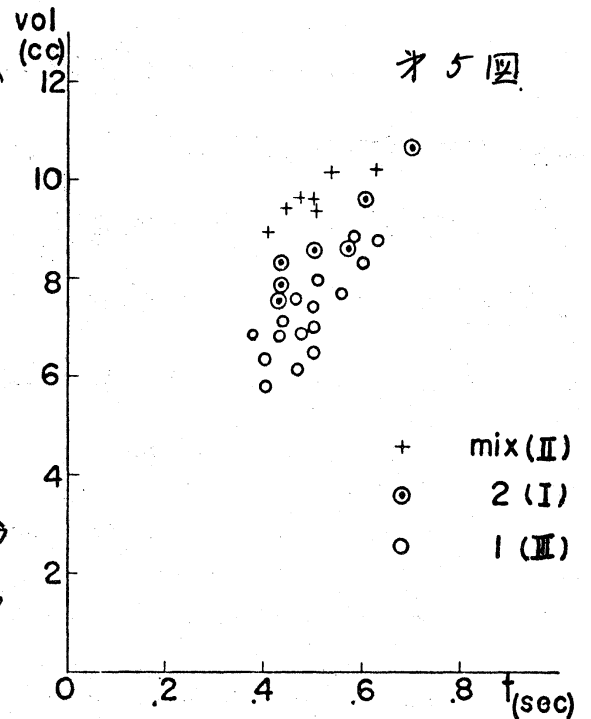
合成、分離される範囲はきめて

てしまい。しかしこれから渦輪

を放出するときに出るインパ

ルスも精密に制御できれば、そ

の干渉の様子も走めることが出来るものと思われる。



以上の他に渦輪の放出の際に出るインパルスが、二つの穴について均一でないときには、二つの渦輪に速度差が生じることがある。このような場合には、今までに述べたような結合、分離はおこなわれず、後方にある渦輪中に前方にある渦輪の一部が巻き込まれることによつて、前方の渦輪は完全にその形を失なう。このとき巻き込んだ方の後方の渦も渦度の不均性を失うため、円形を保たずに巻き込んだ渦の状態によつて複雑に変形し、着色した液は拡散し、渦輪は速やかに崩れてゆく。

## 参考文献

- 1) P.G.Saffman: Studies Appl.Math. 49(1970)371
- 2) C.Tung and L.Ting: Phys. Fluids 10(1967)901
- 3) T.Kambe: 本講究録
- 4) C.H.Krutzsh: Ann.Physik 35(1939)497
- 5) T.Kambe and T.Takao: Jour.Phys.Soc.Japan 31(1971)591
- 6) T.Maxworthy: J.F.M. 5(1972)15
- 7) Y.Oshima: Jour.Phys.Soc.Japan(1972)1125
- 8) Y.Oshima: Natr.Sci.Rep.Ochanomizu Univ. 24(1973)61

## 付記

1974.3.25--29 University of Southampton で開催された Colloquium on Coherent Structures in Turbulence において A.Leonard(NASA Ames Research Center) の講演 "Numerical simulation of interacting, coherent flow structures with three-dimentional vortex filaments" の中でここに取扱ったと同様の数値計算が報告された。二つの渦輪が接近している初期条件で計算を進められたため、つなぎかえの現象は近いところに限られていて、外側のつなぎかえまでは進められていないが vortex filament の pinch off と pinch on の現象は注目されていた。

又4月1日に Cambridge University に Dr J.S.Turner を訪ねたとき、二つの渦輪がある角度で衝突する実験のムービーを見せて頂いた。放出  $Re$  数が3000程度で1オーダー大きいとき、角度をつけて干渉しやういようにしてある英を除くと、現象は全く同じであって、いろいろの条件などについて討論することが出来た。